Obligatorisk øving i emne SIF5079 Tidsrekker og filterteori, høst 2002

Innlevering med studentnummer (**uten navn**) innen onsdag 13. november 2002.

Alle svar skal begrunnes.
All "kalmankode" skal legges ved.
Det er nok enklest å gjøre oppgavene i Matlab, men dere kan også benytte Splus.
Dere kan utføre øvingen og levere besvarelse i grupper på maksimalt to personer.

Veiledning: Rom 393b er resevert for SIF5079 på mandag 28. oktober kl. 12.15-14.00 og onsdag 30. oktober 15.15-17.00 (faglærer vil på disse tidene være tilstede for å svare på eventuelle spørsmål). Dere har selvfølgelig tilgang til IMFs datasaler også til andre tider.

Oppgave 1

Anta følgende skalare state-space-modell

$$x_t = \phi x_{t-1} + \omega_t, \quad \omega_t \sim N(0,1), \tag{1}$$

$$y_t = x_t + v_t, \quad v_t \sim N(0,\sigma^2). \tag{2}$$

1. Finn ved analytisk regning uttrykk for stasjonærløsningen for x_t^t og P_t^t.
2. Finn ved analytisk regning uttrykk for stasjonærløsningen for x_t^{t-1} og P_t^{t-1}.
3. Velg passende verdier for ϕ, σ^2 og n og benytt kalmanfilteret til å verifisere numerisk løsningene du fant i punkt 1 og 2.
4. Velg noen passende verdier for (ϕ,σ^2,n), simuler fra modellen over og estimer (ϕ,σ^2) ved maximum likelihood fra de simulerte y-verdiene.
5. For ett av de simulerte datasettene i punkt 4, kjør prognose (med usikkerhetsanslag) ti tidssteg frem i tid. Vis gjerne resultatet i et plott.

Oppgave 2

På fila "http://www.math.ntnu.no/~haakont/SIF5079/oving2-data.dat" finnes observerte verdier for posisjon (kolonne 1), hastighet (kolonne 2) og akselerasjon (kolonne 3) for tid $t = 1, 2, \ldots, 1000$. Observasjon av hastighet og akselerasjon er gjort ved alle 1000 tidspunktene, mens posisjon kun er observert hvert femtiende tidspunkt, dvs. for $t = 50, 100, 150, \ldots, 1000$. Merk at det i fila er satt inn 0 i første kolonne for tidspunkt hvor observasjon av posisjon mangler. Målefeilene for posisjon, hastighet og akselerasjon er uavhengige av hverandre og har varianser 10^2 (posisjon), 0.15^2 (hastighet) og 0.001^2. Det kan også betraktes som kjent at posisjon, hastighet og akselerasjon ved tid $t = 1$ er uavhengige av hverandre og normalfordelt med forventning lik 0 og med varianser 100^2 (posisjon), 0.2^2 (hastighet) og 0.01^2 (akselerasjon).

1. Hvilke fysiske lover gjelder for sammenhengen mellom posisjon, hastighet og akselerasjon som funksjon av tid $t \in \Re$? Lag også plott av de observerte verdier for posisjon, hastighet og akselerasjon.

2. Foreslå en rimelig Gaussisk modell for posisjon, hastighet og akselerasjon for de diskrete tidspunktene $t = 1, 2, \ldots, 1000$.

3. Formuler modellen fra forrige punkt som en state-space-modell. Spesifiser spesielt hvilke parametre du vil betrakte som kjente (og hvilke verdier disse har) og hvilke parametre du vil estimere fra observerte data.

4. Estimer ukjente parametre i state-space-modellen ved maximum likelihood.

5. Med parameterverdier som estimert i forrige punkt, bruk kalmanfilteret på de observerte data. Visualiser ditt resultat ved å plotte opp filtrerte verdier for posisjon og hastighet sammen med tilhørende 95%-konfindensgrenser.

6. Bruk glattingsrekursjonene til også å finne glattingsestimatene for de observerte data. Visualiser igjen ditt resultat ved å plotte opp glattingsestimatene for posisjon og hastighet sammen med tilhørende 95%-konfidensgrenser.

7. Undersøk hvor mye informasjon som ligger i observert akselerasjon ved å sammenligne med hvordan glattingsestimatene for posisjon og hastighet blir hvis du ikke benytter oberverte akselerasjonsverdier.

Lykke til!
Håkon Tjelmeland