

FORSLAG TIL PROSJEKT-/HOVEDOPPGAVE INDUSTRIELL MATEMATIKK 2009

STOKASTISK ANALYSE AV KAOTISKE SYSTEMER

Veileder: Arvid Næss, Inst. for matematiske fag, tlf. 97053,
e-post: arvidn@math.ntnu.no

Sammendrag: En av de diagnostiske teknikkene en ofte bruker for å studere den kaotiske oppførselen til ikkelineære dynamiske systemer med harmonisk eksitasjon er den såkalte Poincare-avbildningen i faserommet. For en ikkelineær oscillator med positiv demping, vil en kaotisk respons gjerne vise seg ved at Poincare-avbildningen frambringer en relativt komplisert geometrisk figur, som ofte kalles en kaotisk attraktor (strange attractor). For å få fram et bilde av en slik attraktor, må den dynamiske ligningen for oscillatoren løses for et stort antall perioder ($\gg 1000$). I de senere år har en begynt å interessere seg for å studere slik kaotisk oppførsel vha stokastiske metoder. En av ideene er å legge hvit støy til den harmoniske eksitasjonen. Dette gjør at responsen blir en Markov diffusjonsprosess, og for slike prosesser har en numeriske metoder for å bestemme den simultane sannsynlighetstettheten (SST) for faseromsvektoren. På denne måten kan en indirekte studere den kaotiske attraktoren, og det har vist seg at dette kan gi numerisk metoder for å studere kaotiske systemer som er langt mer effektive enn de direkte metodene.

Nytteverdi: Siden de fleste dynamiske systemer av praktisk interesse stort sett er ikke-lineære, er det stor interesse for effektive diagnostiske metoder som kan brukes til å vurdere eventuell kaotisk oppførsel i responsen til slike systemer.

Prosjektbeskrivelse: Forskjellige numeriske teknikker er utviklet for å beregne SST av Markov diffusjonsprosesser. Forslagsstiller har de siste årene vært spesielt opptatt av en metode som går under navnet 'path integration', og har utviklet denne sammen med dr.ing.-studenter. Foreløpig erfaring indikerer at denne metoden kan håndtere nær sagt enhver type ikkelinearitet med høy grad av nøyaktighet. Det er derfor ønskelig å utvikle denne metoden videre for bruk til å studere kaotiske systemer.

Hovedelementene i dette prosjektet vil være følgende:

1. Beskrivelse av enkle ikkelineære oscillatorer med kaotisk oppførsel.
2. Sette seg inn i den delen av det teoretiske grunnlaget for Markov-prosesser som er nødvendig for å forstå 'path-integration'-metoden.
3. Undersøke alternative løsningsalgoritmer for å bestemme SST til faseromsvektoren ved bruk av 'path integration'.
4. Numerisk beregning av eksempler inngår.